Random Walks and ophimization Find global minimum of flx) objective/ cost function f(x) has many local minima/maxima Maybe f is not smooth enough to take derivatives How can we use random walks in a search algorithm for the minima? Hill climbing algorithm Start at some initial point move to the best neighboring point that reduces the value of f(x) Trouble: Can get stuck on local minima. annealing Simulated Inspired by. annealing in metallurgy heat metal to high temp then cool slowly reducing temp so metal reaches a state of low energy where it's stronger.

Compil	e randa	on walk	and	hill c	linbing	• •	e e	• •
Instead	of picking	the best	more,	pick	a rana	tom mo	ne.	• •
lf sel	ected mo	ve <u>impro</u> re	<u>ves sc</u> sults in	<u>Sutron</u>	, accept	nt it lue	•	• •
Selected worsen with	more 5 the some	can still solutron probability	be au <u>ie</u> k	ccepied rad m	. even .ove	ે પૈ	•	· ·
	ily that lown the	a bad more ste					- are	· ·
Allows so lut	the alg	porthin to ne likely	search to esc	a w Cape lo	ider o cal m	irea fe	r po if	557 Dle Stuck
		random u				• •	•	• •
"ten	perature	is high"	– alç ba	jorithin d move	mare 25	likely	6	accept
len	perature"	gradienter g	yues.	bad	moves	Joes	of dowr	i uciapini L

٠	•	. 1 <sub>5</sub>	Tŗ	aveli	'ng	Sa	lesi	'na	'n	Pr	Sol	en	0	•	•	٠	•	•	٠	0	٠
•	. (	, iver	i a	્રા	ist o Aves	f	<i>cure</i>	<u></u> es	2	di	star	nces	: k	etn P	veer	n e Iple	ead ro	r rute	2	•	•
•	. ન	hat	٧i	3133	la	çh	. Ct <del>1</del>	y	exc	zcH	y	QNC	2	and	ł	reti	ims	, to	<b>)</b> .	•	•
•	ં ન	fre .	oriq	inal	C	ÂŊ.	•	Ċ	°per	atro	ns	. re	sea	rch	. X	. H	hea	ret	içal		•
•	٠	• •	٠	٠	٠	٠	•	•	. Co	mp	vter	r. S	çı	nce	•	٠	•	•	٠	٠	•
•	•	• •	•	•	•	٠	•	•	٠	٠	•	٠	•	•	•	٠	•	٠	•	•	•
•	2.	P	· Aeir	r Í f	Sidim	ig	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•			•			•	•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	•
٠		Ti			•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	.3.	. !!	rern	rodu	nan	'ncs	•	•	•	٠	•	•	٠	•	•	٠	•	•	٠	•	•
•	4.	U	ing.		ther	0	Notr	NIZ	utr	N	0	Irea	د	•	٠	٠	٠	•	•	•	٠
•	•	• •	<i>.</i>	•	•	•		•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•
•	•			٠		•		•	•	•	•	. 7	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•
•	•	W	hy	٠	Sr	hw	late	d	. ar	nea	line	y è	•	٠	٠	•	٠	•	•	•	•
-)	Use	ide ted	as	to	min	ู่เกเ	fe	S	om	e	و مەر	ech	ve	fu	nchr	m	in	. Ч	çur	•	•
•	W D		•	٠	•	•	•	•	•	٠	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•
)	Rea	oghī	fe	use	eful	ress	F	. 8	foc	haf	rici	hj	in	· P	rob	Ienr	Sd	Ņvi	.hez	•	•
•	•		•	٠	•	•	•	•	•		•	<i>0</i>	•		•		•	•	0	•	•
•	•	• •	٠	٠	•	٠	•	•	٠	٠	•	٠	٠	•	•	٠	•	•	•	•	٠
•	٠	• •	•	٠	٠	٠	•	•	٠	٠	•	٠	٠	•	٠	٠	۰	•	٠	•	•
ξ	)lhu no	late	d	ani	reals	ng	8भ	U	d	oesv	ւե	uf	e	ĥīr	ten i	cal	in	fori	nat	n Võn	· )
	nυ	ne	nori	1.	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•

<u>Pseudo code</u>														
•	•	let Defr	X= ne n	Xo , to tal	f(x) = num	f(xo) ber of	5	eps 1	n rar	rdom	walk	· · ·		
•	•	For	j t Set	o n Jempe	rature	· ·	• •	•	• •	• •	· ·	· · ·		
•	•	• •	Pick	rano	lon	move	• •	Xnew	= X	t rand	lon var	iable		
0	•	• •	Com	ip włe	f(xne	uno)	• •	•	• •	• •	• •	• • •		
•	•	• •	f	f(xn	ew) <	f(x)	ac	.cept	· ·	• •	•••	() ( (a) 1		
•	•	• •	. е	f(Xn lse 'vf else tri	f(Xne y anoth	w) > f( er step		owt	tempe	erature	high	чсорг		
•	•	• •		- Xnew		• •	• •	•	• •		• •			
•	•	• •					• •	•	• •		• •			
•	•	• •	• • •	• •	• •	• •	• •		• •	• •	• •	• • •		
•		• •										• • •		
•	•				• •	• •	• •		• •	• •	• •	• • •		
•		• •										• • •		
	٠	• •		• •	• •	• •	• •	٠	• •	• •	• •			
	٠		• • •											
•	•	• •		• •	• •	• •		•	• •	• •		• • •		

Lévy F	light	••••	• •	• •		• •	• •	• •		• •	•••
Generalis	<del>r</del> atran dihec	of r hion,	andom	walk	that	usei	ranc	lom	step i	ind.	••••
Step len Direction											• •
Heavy nor	tailed mal distribution	distri	outions heavy	<u>eg</u> tuî	. log	-norma Caud	l dis hy d	mbu	hen utren	· · ·	· · ·
Levy f	lights More 1	are i <sup>t</sup> kely.	rando	n pr	rocesses	wha	une l	arge	(teps	• •	• •
										• •	• •
inters	lights persed	work	occorse	vites ional	th volu long	ing a steps	lof ø	F. 8n	nall s	steps	
• • •	lights persed Ituntr Game					steps an ste	lot or animi ps wi get	f δn ut ta ut ta food	vell s iking ake	equi longe	al rto.
eq.	Ituntro Gane	y pa s q	Hems hide	of an L	imals seek	an	animi ps wi get	ul ta Ul ta Jood	iking ake	longe	• •
• • •	Ituntro Gane	y pa s q	Hens hicle Within i	of an L u sho	iimals seek rt dist	an ste	animi ps wi get efore	nt ta food Mov	iking ake ing or	equi longe 	· · ·
eq.	Ituntro Gane	ug pa s of reas 1 f an	Hens hicle Within i	of an L	imals seek	an ste	animi ps wi get efore	n ta food	iking ake	.equ longe	· · ·
eq.	Ituntro Gane	ug pa s of reas 1 f an	Hens hicle	of an L	imals seek rt dist	an ste	efore	nor	ing or		

Modify code to plot histograms: Look at Huy flight code hs = 100, N = 1e5 Define. X1 store = zeros(N,2) X2 store = zeros(N,2) add an outer for loop for Mohite Carlo for k 1:N Initiative X1 & X2 to zero for j=1:ns X1 = Can medify to overwrite X2 = and X18tore (k,:) = X1 (end,:) x2 store (k,:) = X2 (end,:) Plot 2 subplots left Random walk meger Random walk real	• •	•	val  ↑ ← ● ↓	•	<b>1</b>		U Inde and	Run That m i	cod an wal wal	e e the k we Jk v	e di <sup>=</sup> Hr 1 UVHr	ffere inter rec	nces ger g nl s	bet Steps Feps ?	ween VS.	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
NS = 100, N = 103 Define X1 store = Zeros(N,2) X2 store = Zeros(N,2) add an outer for loop for Motite Carlo for k 1:N Initiative X1 & X2 to Zero for j=1:ns X1 = X2 = end X1 store (k, :) = X1 (end, :) X2 store (k, :) = X2 (end, :) Plot 2 subplots 1eft 1eft right	Mod	dify	code	to	pl		•	•	•							Code
Define XI store = Zeros (N, 2) X2 store = Zeros (N, 2) add an outer for loop for Mohte Carlo for k 1:N Initialize XI & X2 to Zero for j=1:ns X1 = Can modefy to averunite X2 = end X1 store (k, :) = XI (end, :) X2 store (k, :) = X2 (end, :) Plot 2 subplots 1eft right	ns =	. 100 ,	N =	1e5	• •	۰	۰	•	•		×.r	ando	m_u	odk-1	D.	• •
add an outer for loop for Mohite Carlo for k 1:N Jnitialae X  & X2 to zero for j=1:ns X1= Al= and X2= end X18hne (k,:) = X1 (end,:) X2 store (k,:) = X2 (end,:) Plot 2 subplots Left Left Loop for Mohite Carlo for k 1:N Can modely to overwate Can modely to overwate Left Loop (k, 1:) Loop (k, 1:N) Loop (		ne.	X1 stone	2. =	Zero				•	• •	•	•	• •	•	• •	• •
for j=1:ns X1= X2= end X18hove (k,:) = X1 (end,:) X2 shove (k,:) = X2 (end,:) Plot 2 subplots Left Link allee X2 to zero Can modicfy to averunde X2= Can modicfy to averunde X2= Can modicfy to averunde X2= Can modicfy to averunde X2= Can modicfy to averunde X2= end X2 shove (k,:) = X2 (end,:) Link allee Can modicfy to averunde X2= end X2 shove (k,:) = X2 (end,:) Link allee Can modicfy to averunde X2= end X18 hove (k,:) = X2 (end,:) Link allee Can modicfy to averunde X2= end X18 hove (k,:) = X2 (end,:) Link allee Can modicfy to averunde X2 shove (k,:) = X2 (end,:) Link allee Link allee Reference Link allee Can modicfy to averunde Reference Link allee Can modicfy to averunde Reference Link allee Can modicfy to averunde Reference Link allee Can modicfy to averunde Reference Link allee Link allee	• •		X2 stor	e. = '	Zeroș	;(N,	,2).	•	•	• •	•	•		•		• •
for j=1:ns X1= X2= end X18hove (k,:) = X1 (end,:) X2 shove (k,:) = X2 (end,:) Plot 2 subplots Left Link allee X2 to zero Can modicfy to averunde X2= Can modicfy to averunde X2= Can modicfy to averunde X2= Can modicfy to averunde X2= Can modicfy to averunde X2= end X2 shove (k,:) = X2 (end,:) Link allee Can modicfy to averunde X2= end X2 shove (k,:) = X2 (end,:) Link allee Can modicfy to averunde X2= end X18 hove (k,:) = X2 (end,:) Link allee Can modicfy to averunde X2= end X18 hove (k,:) = X2 (end,:) Link allee Can modicfy to averunde X2 shove (k,:) = X2 (end,:) Link allee Link allee Reference Link allee Can modicfy to averunde Reference Link allee Can modicfy to averunde Reference Link allee Can modicfy to averunde Reference Link allee Can modicfy to averunde Reference Link allee Link allee	add	an	outer	fer	lo	οφ.	for.	Ma	shi€	Car	0	f	) yr k	1°.N	•••	• •
XI= X2= and X18hre (k, :) = XI (end, :) x2 stime (k, :) = X2 (end, :) Plot 2 subplots Left Lan modify to overwrite (copy ax from levy code right	• •	J	nitialize	· ·	.XI.	&	XZ,	ţo	zen	<b>P</b>	٠		• •	•		• •
XI= X2= and X18hre (k, :) = XI (end, :) x2 stime (k, :) = X2 (end, :) Plot 2 subplots Left Lan modify to overwrite (copy ax from levy code right	Far	C i	= 1 : ns	٠	• •	٠	•	•	۰	• •	٠	٠	• •	•	• •	• •
end X18ture (k, :) = X1 (end, :) X2 sture (k, :) = X2 (end, :) Plot 2 subplots 1eft Left Rend Left Left Left Left Lend Left Lend	• •		, χι=	•	••••	•	•	•	•	• •	Çar	r, n	nodif	y to	over	wnie
x18hre (k, .) = X1 (end, :) x2 stone (k, .) = X2 (end, .) Plot 2 subplots 1eft right X18hre (k, .) = X1 (end, .) Copy 4X from levy code	• •		X2=	٠	• •	۰	۰	٠	٠	• •	٠	٠	• •	٠	• •	• •
Plot 2 subplots hist3(X, Eax, axz) levy code left right	• •		X18 X28	tine stine	(k, (k,	•)	11 11	XI ( 4 X2 ( 4	end,	, :) . )	•	•	• •	•	• •	• •
Plot 2 subplots hirt3(X, Eax, ax3) levy code left right	enc	•	• •	•	• •	•		•	•	• •	•	•		Сору	٩x	from
1eft right	Plot	2	swojoló	ts	• •	٠	٠	hist3	(X ,	٤ax,	ميلاكم	)	• •			
				٠	• •	۰	۰	٠	٠	r	ght		• •	٠	• •	• •
. .				Uk n	vege	r.	•	•	•		v	n	walk	- rea	L	• •
. .	• •		• •	ø	• •	٠	۰	٠	•	• •	٠	•	• •	٠	• •	• •
	• •	•	• •	•	• •	۰	•	•	•	• •	٠	•	• •	•	• •	• •
	• •	•	• •	•	• •	•	•	•	•	• •	•	•	• •	•	• •	• •
	• •	٠	• •	٠	• •	۰	۰	•	٠	• •	٠	•	• •	٠	• •	• •

•	•		•	•	•	•	•	•	•	•		•	•		•	•	•	•	•			•	•	•
				٠	•			•	•			٠	٠		•	•	•	•	٠					
																			•				•	
				•							•		•		•									
			•				•																•	
٠	•	•																					•	•
٠	•	٠	۰									•		•					۰			٠	•	•
•	•	•	•	٠			•	٠	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠			٠			٠	•
•	٠						•				•		•	•					٠		٠	•	۰	۰
٠	•	•	۰	•			•					•	•								•	٠	•	٠
•	•	•	•	•	•	٠	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠
٠	٠	٠	٠	٠	۰	۰	٠	٠	٠	٠	•	۰	۰	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•
•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•
٠	•	٠	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠
۰	۰	٠	۰	٠	۰	٠	•	٠	٠	•	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	۰	٠	٠	•	٠	٠	•
٠	٠	٠	۰	٠	۰	۰	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	•
•	•	٠	•	•	•	٠	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•
٠	•	٠	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠
۰	۰	٠	۰	٠	۰	٠	•	٠	٠	•	•	٠	•	•	٠	٠	٠	۰	٠	•	•	٠	٠	٠
•	•	٠	•	•	•	٠	•	٠	•	٠	•	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	٠
•	•	۰	•	•	•	٠	•	•	•	٠	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•
•	•	٠	٠	•	•	٠	•	•	٠	•	•	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠
٠	٠	•	٠	٠	٠	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	•
٠	٠	•	٠	٠	٠	•	•	٠	٠	•	•	٠	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	٠	۰
٠	٠	٠	٠	•	٠	۰	٠	•	٠	٠	•	٠	٠	•	٠	٠	•	٠	•	•	•	٠	٠	•
•	•	٠	•	•	•	٠	•	•	•	٠	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	•
•	•	٠	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
٠	•	•	٠	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	٠	•	٠	•	•	•	•	•	•
٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	٠	•	•	•	٠	٠
•	•	٠	•	•	•	٠	٠	•	٠	•	•	٠	٠	•	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•
٠	•	٠	•	•	•	٠	٠	•	٠	٠	•	٠	٠	•	٠	٠	•	٠	•	•	•	•	•	•
•	٠	•	٠	٠	٠	•	•	٠	٠	•	•	٠	•	•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
٠	•	•	•	٠		•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	٠	٠	•	•	•	•	•	•	•