· · · · ·	• • •	• •	• •	• •	• •	• • •	٥	• •	•••	• •
Determin happen	no ra	yon (a andomr	n pre iess	dit d	uhat <sup>i</sup> s	going	ţ	• •	• •	• •
Same	inputs	/ i'mitial	cond	itrons	resul	t in	same	resu	lts/01	rtputs
System	wide	modeli	ng <sub>1</sub> n	o redi	uchron	to aq	ents.	• •	• •	• •
<u>eg</u> .	Physica	l laws	def	fned	by d	ifferens	tral a	equat	rans	• •
· · · · ·	••••	• •	• •	• •	• •	• • •	•	• •	•••	• •
Charles	<mark>ε ρro</mark>	asses	are l	baced	on r	andon	L'eve	nts.	• •	
STUDIUS	÷ ·									
									pf	• •
Different the ro	resu andown	its are ess/var	obta	ined. Y	eadr				f	· · ·
	resu andown	its are ess/var	obta	ined. Y	eadr					· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Different the ro	resu andown	lts are ess/var ke pr	obtu iabilit ecise	ined Y predu	each 'ch <sup>r</sup> ons		becc	use «	· ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Different the ro Hard	t resu andown to ma	lts are ess/var	obtu iabilit ecise	ined S predu	each Ch <sup>r</sup> ons	the	becc	use «	· · ·	0 0
Different the ro Hard	t resu andown to ma	its are ess/var	obtu iabilit ecise	ined S predu	each	the	becc		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• •
Different the ro Hard	t resu andown to ma	its are ess/var	obtu iabilit ecise	ined J predi	each	the	becc	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Different the ro Hard	to ma	its are ess/var	obta iabilii ecise	ined . predi	each	the	becc		<ul> <li>.</li> <li>.&lt;</li></ul>	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

Why introduce stochasticity in a model? Need to represent some variability Natural variability Usually when human / animals are chronved eg. modeling behaviors of the stock market, in sporting games, in crowds, modeling flocking of birds, herds of buffalo modeling voting behavior, consumer behavior, human interaction on the internet Use stochasticity assign realistic initial values to to our model eg. giben the probability distribution for a variable in our model, we can draw random numbers from the distribution to represent quantities in our model Use stochasticity to model processes that produce variable out comes without having to provide too much detail Parametrise a stochastic process using data on rate and frequency of real events Instead of modeling what causes a system to change, we just randomize eg. Data in frequency of rainfall in a partitular region & season can be used to represent the chance of rain in a model for planning crops/tourism

	Us	e	Stoc	hast	hicut	y	to	ma	odel	a	jent	be	hai	<b>r</b> ior		•	•	•	• •	•
•	•	•	eg.	Giv	ren Fur	da	ta na	on con	họ Nau	w Mu	freq ci far lies	rent	: F 1 be	ุ่ทเ่ต น	rat <sup>h</sup> co	ion to	w de	as terr	in	0L .
•	•	•	•	the	. pr	oba	Þ.lí	hy	of.	a,	far	mib	ų	fan	بد بدار	1	mo	vinc	)	
•	•	•	•	in	a	. M	odel	th	at .	stud	lies	mi	grad	hon	· P	atte	erns	:	• •	٠
•	•	•	•	٠	•	•	•	• •	٠	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	•	• •	٠
•	•	•									•									
											٠									
																				٠
																				٠
																				•
																				٥
											٠									
											•									•
																				•
•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	٠	•	•	•	•	•	•	•		٠
	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•
																				٠
	•	•	٠	•	•	•	٠	• •	٠	•	•	٠	•	٠	٠	•	٠	•	• •	٥
																				•
																				•
	•	•	•	•	•	٠	•		٠	•	•	•	•	•	٠	•	•	•		٠
																				•

.

. . .

.

.

	<i></i>	urmers	s (ri	mod		• •	٠	•	• •	٠	•	٠	•
						• •	•	•	• •	•	•	•	٠
Pick	randon	r nun	nber	dism	button	• •	٠	•	• •	•	•	•	•
° Ia	· · ·	• •	•	• •	• •	 D		- ir	· ·	•	٠	•	•
	oice d resented <u>3</u> ir	ipendis	ρv	prop	erties	of .	wna	12	pein	g.	٠	•	٠
rep	resented	by	ran	dom	num	bers .	ins	the	Mod	U.	•	•	•
. <u>E</u>	<u>t.</u> v	begars,	posir	ice, rea	r or	00014	ean	qui	Wollin	ej .	٠	•	٠
Conti		c Die	Chole	 Nichi	)	 c	•	0	• •	۰	٠	•	٠
	nuons <u>v</u>						•	•		• •	با مور ب	arc	٠
> 0 y ill vil	ions di	8 II I I I I I I I I I I I I I I I I I											
0	 	• •		. prd					ar c	in c	evne	(5 0	<i>010</i> .
٠	· · Ja f(	x) qx =	P(a	≤X≤b	),	P(X=	a)=0	•	• •	•	•	٠	•
•	• • •	• • • •	•	• •	• •	• •	٠	٠	• •	٠	•	•	•
iscrete	dictrik	whons.	<u> </u>	randon									
۰		• •	•	true	/false	eg	j∙ .ro	JUin	y di	e .cr	r he	ads/	tai
					•	-							
٠	• • •	. t	(x) =			• •	•	•	• •	•	•	•	•
•	• • •	f	(x) =	° P (' X		• •	0	•	• •	•	•	•	•
	· · ·		•	P( X		• •	•	•	• •	•	•	•	•
Cor	nmon		•	P( X		· · ·	•	•	· ·	•	•	•	•
٠	• • •	dismik	oution	PCX s		· · ·	•	•	· · ·	•	•	•	•
٠	Uniforr	distrik n di	ouh <sup>r</sup> on ohrbut	Ρ(X s	= x)	· · ·	•	•	· · ·	•	•	•	•
•	Uniforr	dismik	ouh <sup>r</sup> on ohrbut	Ρ(X s		(a,	م م (ط	rne	· · ·	•	•	•	•
•	Uniforr	distrik n di	ouh <sup>r</sup> on ohrbut	Ρ(X s	= x)	(a,	م م (ط	rne	· · ·	•	•	•	•
•	Uniforr	distrik n di	ouh <sup>r</sup> on ohrbut	Ρ(X s	= x)	(a,	•	rne	· · ·	•	•	•	•
•	Uniforr	distrik n di	ouh <sup>r</sup> on ohrbut	Ρ(X s	= x)	(a,	م م (ط	rne	· · ·	•	•	•	•
•	Uniforr	distrik n di	ouh <sup>r</sup> on ohrbut	Ρ(X s	= x)	(a,	م م (ط	rne	· · ·	•	•	•	•
•	Uniforr	distrik n di	ouh <sup>r</sup> on ohrbut	Ρ(X s	= x)	(a,	م م (ط	rne	· · ·	•	•	•	•
•	Uniforr	distrik n di	ouh <sup>r</sup> on ohrbut	Ρ(X s	= x)	(a,	م م (ط	rne	· · ·	•	•	•	•
•	Uniforr	distrik n di	ouh <sup>r</sup> on ohrbut	Ρ(X s	= x)	(a,	م م (ط	erre ( =   f(x) <u>b-</u>	eq.uu = <u>(b</u> = <u>1</u>	•	•	•	•
•	Uniforr	distrik n di	ouh <sup>r</sup> on ohrbut	Ρ(X s	= x)	(a,	م م (ط	erre ( =   f(x) <u>b-</u>	· · ·	•	•	•	•

				n	, u	แรก	ipw	hion														
						1			•		p	df	0 2	Bell	. Ci	me	1. Cr	aus	siar	ι		
٠	٠	syn oont	met	n: 11 (0	~/			٠	•	٠			F(X)	۳.	o <sup>.</sup> –	(.X-	M)	P/1	(20	,2)	٠	•
•	ouk	ont	Wen	./				٠	•	•	•		J	•				-		•	•	•
•	•	٠		/.	٠		۰		٠	٠	•	• •	٠	•	•	Ū	- 12	ļ	٠	٠	٠	•
						n		<u> </u>				• •	"Ме	un.	٠	1 A	•	/si	amp	ole	hree	un
•	٠	٠	•	٠	٠		•	٠	•	•	• •		54	an d	٠	л П	; [	R	st	d	prov	10
•	68	)	·of	•		She	rs	10)	Hr	in	M	sł	d.	•	٠	. 0	. \	<b>C</b> •	251	ma	tes	•
•	9	570	۰۱ م	) - /	1n	Na	ers	. W	ith	.in	25	ta		•	•	•	•	•	•	•	•	•
															•			•	•		•	
	Nid	ely	n Se	?d	(a	use	. (	entr	al	lin	uit	The	men	۱.	٠	•	•	•		•	•	•
•	•	•	٠	•	•	٠	٠	٠	•	٠	•		•	٠	•	٠		٠	•	٠	٠	
•	•	٠	•	•	•	•	٠	•	•	•	•		•	٠	•	٠	•	•	•	٠	•	
•	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠	• •	• •	٠	۰	٠	۰	•	•	٠	٠	٠	
)	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•				٠	•	•	•	•	•	•	•	
			A 15.00	- 1	ار ام	1 chal	In LC															
uy	Ļ	rg-n	orm Lann	al V	oli Olivi	<mark>ເເ</mark> ກີ ເທັຍ	byts o	on utra	۰ nCP.		loa	ι's	No	VNra	Uy	Olis	strik	Swta	ed.	٠	•	
•		ranc	lom	. V	(qvı	'ubl	l.	who	rse	l.oc	log a-no	is	no	rma	lly	د مرابع	strík	owt	:d	0	•	
•		ranc	lom	. V	(qvı	'ubl	l.	who	se no	l Loc rma	log g-no wy	i's Irma di	no U strik	rma Inte	lly L	el 19 =>	stríh X	sute = e	ed exp(`	!	•	•
•		ranc	lom	. V	(qvı	'ubl	e ario X)	wha ible is	no	λος ( rma	g-no uly	di	no U strik	rma inte	lly L	0 15 =>	strí) X	sute = e	ed exp(`	, ,	•	•
•		ranc	lom	und Y <del>:</del>	lari lom = f	'abl √ ln()	e avio X)	who	no no	loc rmc	g-no illy the	di	u Grík	rma onte	lly L	0(1) =>	strí) X	sw <del>t</del> e = e	ed 2xp(`	1)	•	•
•		ranc	lom	und Y <del>:</del>	lari lom = f	iabl √ 2n(7	e avic X) (n l	who uble is nput	n 0 - 00	loc rmc	g-no illy the	di	u Grík	rma onte	lly L	& i =>	strí) X	owto = e	ed exp(`	, 1)	•	•
•		ranc is hen	lom rc	- v und 1 =	(ari lom = l	:'abl √ 2n[7 ∠ ♪	e avic X) (n) < X	who uble is nput X) <	n 0 - 00 - 00	loc rmc	g-no vly tre	di	cl frík	ontee			, X	- 6	exp(`	•	•	•
•		ranc is hen	lom rc	- v und 1 =	(ari lom = l	:'abl √ 2n[7 ∠ ♪	e avic X) (n) < X	who uble is npwl X) <	n 0 - 00 - 00	loc rmc	g-no vly tre	di	cl frík	ontee			, X	- 6	exp(`	•		•
•		ranc is hen	lom rc	- v und 1 =	(ari lom = l	:'abl √ 2n[7 ∠ ♪	e avic X) (n) < X	who uble is npwl X) <	n 0 - 00 - 00	loc rmc	g-no vly tre	di	cl frík	ontee			, X	- 6	exp(`	•	• • • • • • • •	•
•		ranc is hen	lom rc	- v und 1 =	(ari lom = l	:'abl √ 2n[7 ∠ ♪	e avic X) (n) < X	who uble is nput X) <	n o - 00 00	n hy	g-no vly tre	di	u Gr í k	ontee			, X	- 6	exp(`	•	•	•
•		ranc is hen	lom rc	- v und 1 =	(ari lom = l	:'abl √ 2n[7 ∠ ♪	e avic X) (n) < X	who uble is nput X) <	n o - 00 00	n hy	g-no rily tre	di	u Gr í k	ontee			, X	- 6	exp(`	•	• • • • • • • • •	•
•		ranc is hen	lom rc	- v und 1 =	(ari lom = l	:'abl √ 2n[7 ∠ ♪	e avic X) (n) < X	who uble is nput X) <	n o - 00 00	n hy	g-no rily tre	di	u Gr í k	ontee			, X	- 6	exp(`	•		•
•		ranc is hen	lom rc	- v und 1 =	(ari lom = l	:'abl √ 2n[7 ∠ ♪	e avic X) (n) < X	who uble is nput X) <	n o - 00 00	n hy	g-no rily tre	di	u Gr í k	ontee			, X	- 6	exp(`	•		•

•	īv)	Binomial Two m distribu	bis natual tion	hy ei gives	on (clusi) : pro	(d he ou babil	iscrete It comming of	olici 25 4 - X	hibutiz 2 <u>9</u> . 81 Succ	m) NCCESS cesses	S VS Ih	, fuilu N tria	re Us	•
•	•	probabili	y of	Shc	cess	р.	fixed	per	frial	• •	•	• •	• •	•
•	•	Probabili	hy m	ass	uncho	n	• •	•	• •	• •	•	• •	• •	•
•	•	P(x;	p,n)	= (	n) X)P	× (۱-	-p) <sup>n-&gt;</sup>		· )·	(	<u>(</u> ) =	<u>n!</u> X!(n	 x)!	•
•	•		• •	• •	• •	•	• •	•	• •	• •	•	• •	• •	•
•	Oth	er dis	ributs	ms a	Poi	ison,	Cauc	hy,	Gan	ima,	etc	• •		•
•	•	Good											oodk	
٠	•		• •		• •	•	• •	•		• •	•	• •		•
•	•	• • •	• •	• •	• •	•	• •	•	• •	•••	•	• •	•••	•
•	•	• • •	• •	• •	• •	٠	• •	٠	• •	• •	0	• •	• •	•
•	•		• •	• •	• •	•	• •	•	• •	• •	•	• •	• •	•
•	٠	• • •	• •	• •	• •	٠	• •	٠	• •	• •	٠	• •	• •	٠
•														
•														
		• • •												
	•	· · · ·	• •		• •	٠	• •	٠	• •	• •	٠	• •	• •	•
•	•		• •	•••		•	•••	•	• •	• •	•	• •	••••	•

•	Ran	dor	n	nu	mbe	N	gen	erat	zrs	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•
•						as				mer	ale	ŗ	anc	tan	n	um	bers	· · ·	•	•	•
•	In		Na	tlab	0	ra	nd ndn			stan	lard dard	• .	nor	mal	d	('im)	out	m.	•	•	•
•	•	٠	•		٠	ro rano	ind ( Iom		•	•	٠		٠			jve	ŗ	integ		•	•
•						imbe esul		•								æ)	So	you	alw	ays	•
•	yex	• 4h	e	Same	2 1		•		0000	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•
٠	•	٠	•	• •	۰	٠	٠	• •	• •	٠	0										
•						٠															
•	•					•															
٠						٠															
٠						٠															
•	•	•	•	• •	•	•	•	• •	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•
•	٠	•	•	• •	٠	٠	•		•		•	٠	•	٠	•	•	•	• •	٠		٠
٠	•	٠	•	•••	•	٠	•	• •	• •	•	٠	٠	•	•	•	٠	•	•••	•	•	•
•	•	•	•	• •	•	•	•	• •	•			•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•
٠		٠	•	• •	٠	٠	٠	• •	•	•	0	•	•	٠	•	٠	•	• •	٠	•	•
٠	۰	•	•	• •	۰	٠	٠	• •	• •	٠	٠	0	0	0	•	•	0	• •	0	•	٠
•	•	•	•	• •	•	•	•		• •	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	•	•	•
•	۰	•	٠	• •	۰	٠	•	• •	•						•	•	•	• •	٠		•
٠	•	٠	•	• •	٠	•	•	• •	•	•	٠	•	•	•	•	٠	٠	• •	•	٠	•
•	•	•	•	• •	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •	٠	•	•

•	•	• •	•	•	•	•	• •	• •	•	•	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
11	10.40.	 14 5e		n c la c				. nu		n adal	Ha		han	• • • • •	Mala		° • • • • •	•	•	•	•
יין 44	ine (	ults?			18116	.urg				model	· ) (* )					m i	ire	•	•	•	•
100	153	ums :	•	•	•	•	• •	•	•	•	• •	•	٠	•	•	•	•	•	•	•	•
•		••••	•	•	٠	•	• •	•	•	· ·	• •	•	٠	•	•	•	٠	•	•	•	•
•	Ane	. the	e re	sult	5. C	ntir	ely.	ran	don	n	• •	•	•	٠	•	0	•	•	•	•	٠
•	•	. Sc	ıy. n	re	.M O	del	on	e r	najq	r val	riable	2	sto cl	nashi	cally	3.:-	•	•	•	•	•
٠	•	. W	hat	.ab	out	F. 1	man	y s.	toch	astic	pro	asse	2s?.	Doe	s th	e.r	and	omr	ress	•	•
•	•		ren			•			•	•		•	•	•	•	•	•	•		•	
	•	• •		•	•	•		•	•	•			٠	٠			•	•		•	
	.If	me i	an	. in	put	s) pi	aran	veter.	S (	in a	mod	u.	. ho	w.n	nuch	1.0-	2. H	ૡ		•	
	, d	hana	D D	1ŝ	l du	e ·	to r	an	low	in a iness?			/			· · J					
Č.		J			•••••										,	Č.					,
Rei	· · · · · · ·		مىرا يە	I	•	• • • • • • •	MA0	4h.						41. o	Co	•	, vch.	•	•	•	•
ne	Jew.	и БГ	mma	non	. 17	im'	inpre .	1.10	-25.	to . 1	iy i	uns.	va.	TULE	SC .	qu	60112	<i>w</i> is.	•	٠	٠
	•	 	•	•	•	•	• •		, ,		· ·		C ( ام	• سامیل	•	٠	•	•	•	•	٠
<u> </u>	CL .	that	pr	ous	5. Ľ	5.	calle	ed a	, ,	Monte	lar	10 .	2140	unian	Ŵ	•	•	•	•	•	•
	a	that	.pr	° °	5. Ľ	5.	calle	ed a	, , ,	Nionie	Lar	10	3140	uuu	, N	•	•	•	•	•	•
, <b>/ V</b> (	х •			o (e \$ {	5. Ľ9	5.	calle		, , , ,	NIONYE	· ar		2144		Ň	•	•	•	•	•	•
- -	х • •	that	pr	0 (LE S !	5. Ľ9	5.	calle		, , , ,	NIONIE	ιar		•		•	•	•	•	•	•	•
<u>,</u> ,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	х • •	. that	pr	о Се \$ !	5. U	5.			, , , , ,	NIONIE	ιαr		•	•	•	•	•	•	•	•	•
<u>,</u> ,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,			pr	о се \$ !	5. Us	5.			, , , , ,	NI ON <del>1</del> e	uar		•	•	•	•	•	•	•	•	•
•		· ·	pr	о се s !	•	•	• •	· · ·	•	NI ON <del>1</del> e	· · ·	· •		•	•	0	•	•	0	•	•
•	•	· · ·	•	•	•	•	· · ·	· · ·			· ·	· •		•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	· · ·	•	•	•	•	· · ·		- - - -		· · ·			•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	•	•	•	· · ·		- - - - -		· · ·		•	•	•	•	•	•	•	•	• • • •
•	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	•	•	•	· · ·		- - - - -		· · ·		•	•	•	•	•	•	•	•	•
•	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	•			· · ·	· · ·	· · ·		· · ·		· · ·			•	•	•	•	•	•
•	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•	•			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · ·	· · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · ·			•	•	•	•	•	•
•	•	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•					· · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · ·			•	· · ·	•	•	• • • • • •	•
	• • • • • • • •		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	• • • • • • • • •					· · · ·		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		· · · ·			• • • • • • •	· · ·	•	• • • • •		•
	•		· · · ·	•					· · · · ·							• • • • • • • •	· · · ·	•	• • • • • •	• • • • • •	• • • • • •
	•		· · · ·	•					· · · · ·							• • • • • • • •	· · · ·	•	• • • • • •	• • • • • •	• • • • • •

Monte Carlo Simulation
Simulation method based on random sampling.
Measure outcome variables to obtain statistical distribution of the measurements.
ABMs can be analyzed by using Monte Carlo simulations.
This acts as an experimental field. (simulate process of sampling from actual)
Run simulation multiple times, random numbers only change see effects of that.
Analyze results using histograms or various stutistics
For example want Expected value, Highest frequency, typical central value that clescribes data then look at mean, median or mode
Mean (key for normally distributed outcomes) $\overline{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} X_i$
$\mathcal{N} \stackrel{\swarrow}{\underset{i=1}{\leftarrow}} \overset{\lambda_i}{\underset{i=1}{\leftarrow}}$
Median - half of the data is less than, half of the data is more than
Mode - highest frequency
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

Want	a measure of	spread or	variabilih	f of d	ata?
	ance S <sup>a</sup> = T			• • •	
• •		er from meau		ighted r	nore
• •				• •	
Stun	dard Deviation	S =	$\int \frac{1}{\sqrt{N-1}} \sum_{i=1}^{N} (X_i)$	X) <sup>2</sup>	
• •	Rama a P			• •	
· · · ·	Square root of units of origin best measure of	variance val data re spread	stored.	• •	
	ige. max-n			• • •	· · · · ·
	r measures of			•••	
Histo	arams areat vis	sual represe	utatron of	the sta	uts and
• •	grams great vis shows approximat	tion of unde	urlying dis	hibuhio	l-
• •				• • •	
NA	all stats are i eg. mean	iceful for for bi-modal	all probab	ility dis	hibutions.
• •	J	1		· · · ·	
• •				• • •	
• •					
• •				• •	